TP1 – Sous-séquences maximales

Master informatique – Aix-Marseille Université – automne 2013–2014

1 Description du problème

Soit $T[1, ..., n]$ un tableau de n entiers relatifs.
Notons $S(k, l) = \sum_{j=k}^{l} T[j]$ la valeur de la sous-séquence $T[k, ..., l]$ pour $1 \leq k \leq l \leq n$.
Déterminer quelle est la plus grande valeur des sous-séquences possibles.

On propose quatre stratégies algorithmiques pour résoudre ce problème :

- *Algorithme naïf* : examiner toutes les sous-séquences possibles.
- *Algorithme moins naïf* : optimiser l'algorithme précédent en observant que $S(k, l) = S(k, l-1) + T[l]$.
- *Algorithme diviser pour régner* : diviser la séquence en deux. Calculer une sous-séquence de somme maximale de chaque moitié. Calculer une sous-séquence de somme maximale qui contient l'élément du milieu. Finalement, prendre le maximum des trois.
- *Algorithme incrémental* : supposer le problème résolu pour $T[1, ..., i]$. Observer que la solution pour $T[1, ..., i+1]$ est soit la solution précédente, soit la sous-séquence de somme maximale qui se termine par $T[i+1]$.

2 Travail demandé

Effectuer une étude des différents algorithmes présentés. Cette étude est à rendre sous la forme d'un rapport et comprendra trois parties :

1. Analyse théorique : écrire le pseudo-code de chaque algorithme et calculer leur complexité dans le pire des cas.
2. Implémentation et mesure : écrire dans le langage de votre choix chaque algorithme puis comparer leur performance sur des instances aléatoires. Attention : vos implémentations devront suivre les indications mentionnées en fin de document [1] afin d'être évalués en TP.
3. Confronter votre analyse théorique et vos résultats expérimentaux.

Bonus : Ce problème peut se généraliser aux matrices. Le problème consiste alors à trouver une sous-matrice de poids maximal dans une matrice initialement donnée. Généraliser les différents algorithmes afin de résoudre ce problème.

1. L'entrée standard attendue prendre l'entier n (correspondant au nombre d'entiers dans le tableau), suivi de chaque élément du tableau. Chaque nombre est séparé par un espace. Les algorithmes devront retourner sur la sortie standard la valeur maximale de la plus grande sous-séquence sous la forme d'un entier.
Exemple : l'entrée « 5 5 -1 2 2 -3 » correspond au tableau de cinq éléments $[5, -1, 2, 2, -3]$. La sortie attendue est « 8 ».